Биндюк Глеб Игоревич

МО-231

Вариант – 2

**Задание 9.**  Пусть А, В и С ­­– множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств A, B и С по формуле .

Множество В представляет из себя множество точек круга радиуса 5 с центром в начале координат, включающего его границу (, А – множество точек плоскости, расположенных ниже и на гиперболе и С – множество точек, лежащих внутри и на границе квадрата

|  |  |
| --- | --- |
| **А** | **В** |
| **С** |  |

**Задание 10.**

1. Существуют ли множества А,B,X такие, что выполняется набор условий

2. Существуют ли множества N, E, P такие, что выполняется набор условий

1. Изобразим множества А, В, Х в виде прямоугольников в общем положении с символами в каждой области.

|  |
| --- |
| **8**  **U**  **X**  **B**  **А**  **5**  **6**  **7**  **4**  **3**  **2**  **1** |

Чтобы выполнить условие , удаляем символы 2,3,6,7. Для выполнения условия убираем символы 5,8. Чтобы выполнилось условие нужно убрать символ 4. Но тогда множество не будет содержать символов. Итак, мы получили противоречие. Не существует А, В, Х таких, что выполнены заданные условия.

2. Изобразим множества N, E, P в виде прямоугольников в общем положении с символами в каждой области

**8**

**U**

**P**

**E**

**N**

**5**

**6**

**7**

**4**

**3**

**2**

**1**

Чтобы выполнить условие , удаляем символы 2,7. Для выполнения условия , убираем символы 1,4. Тогда последнее условие уже выполняется, так как . Множества N, E, P, выполняющие условия имеют вид:

.

Если под символами 3,5,6 будем понимать соответствующие числа, то мы получим конкретный пример множеств N, E, P, для которых выполнены заданные условия.

**Задание 11.** Выяснить взаимное расположение множеств D, E, F, если A,B,X – произвольные подмножества универсального множества U.

Изобразим множества А, В, Х, находящиеся в общем положении

**8**

**U**

**X**

**B**

**A**

**5**

**6**

**7**

**4**

**3**

**2**

**1**

Тогда

Итак,

**Задание 12.** Проверить, что для любых множеств А, В и С выполнение включения влечёт выполнение включения

Возьмём множества А, В и С, находящиеся в общем положении

**8**

**U**

**С**

**B**

**A**

**5**

**6**

**7**

**4**

**3**

**2**

**1**

(цифры обозначают соответствующие списки переменных).

Тогда , из включения следует, что список 2 пуст, Рассмотрим Так как , имеем, что включение доказано в предположение, что выполнено включение .

**Задание 13.** Для произвольных множеств А,В,Н проверить, является ли выполнение включения необходимым и достаточным условием выполнения равенства .

Рассмотрим множества А, В, Н в общем положении

**8**

**U**

**Н**

**B**

**A**

**5**

**6**

**7**

**4**

**3**

**2**

**1**

1. = > Если выполняется, то Это произойдет в одном случае: 1,3,4 списки не имеют элементов. Множества А, В, Н таковы: Тогда и равенство выполнено.
2. < = Если выполняется, то Это произойдет в одном случае: 1,3,4 списки не имеют элементов. И мы приходим всё к тем же множествам, что и в первом пункте: Мы видим, что в этом случае

Значит, доказано, что для любых множеств А, В, Н выполнение включения является необходимым и достаточным условием выполнения равенства .

**Задание 14.** Доказать равенство, используя определения операций над множествами.

1. Пусть
2. Пусть

**Задание 15.**

1. Проверить справедливость равенства для множеств

2. Выяснить верно ли равенство для произвольных А, В, С.

1) Для нашего случая

Итак, мы убедились, что в нашем примере равенство выполнено. Проверим это для общего случая.

2) Пусть , где a,b,c,d – списки элементов.

Тогда , где – множество пар элементов, первая компонента которых входит в список , а вторая – в список , а – множество пар элементов, первая компонента которых входит в список , а вторая – в список .

Как видно, множества и состоят из пар одинакового вида, следовательно, равенство выполняется для произвольных А, В, С.

**Задание 16.** Для данного графика найти:

По определению инверсии , так как . И так далее, получаем: .

По определению композиции, , так как существует 2, причём и . Продолжая дальше строить композицию, получим:

Вспоминая определение проекции множества векторов на ось, получим: , аналогично найдём другую проекцию: и, наконец, можем написать: .